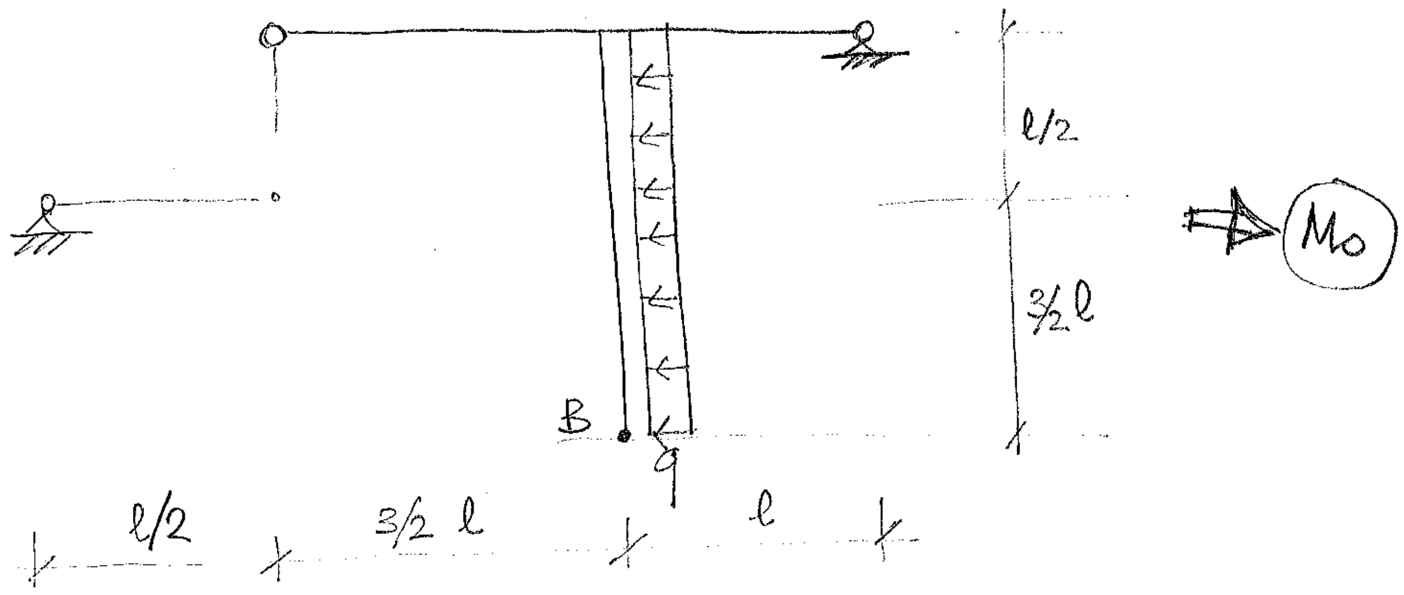
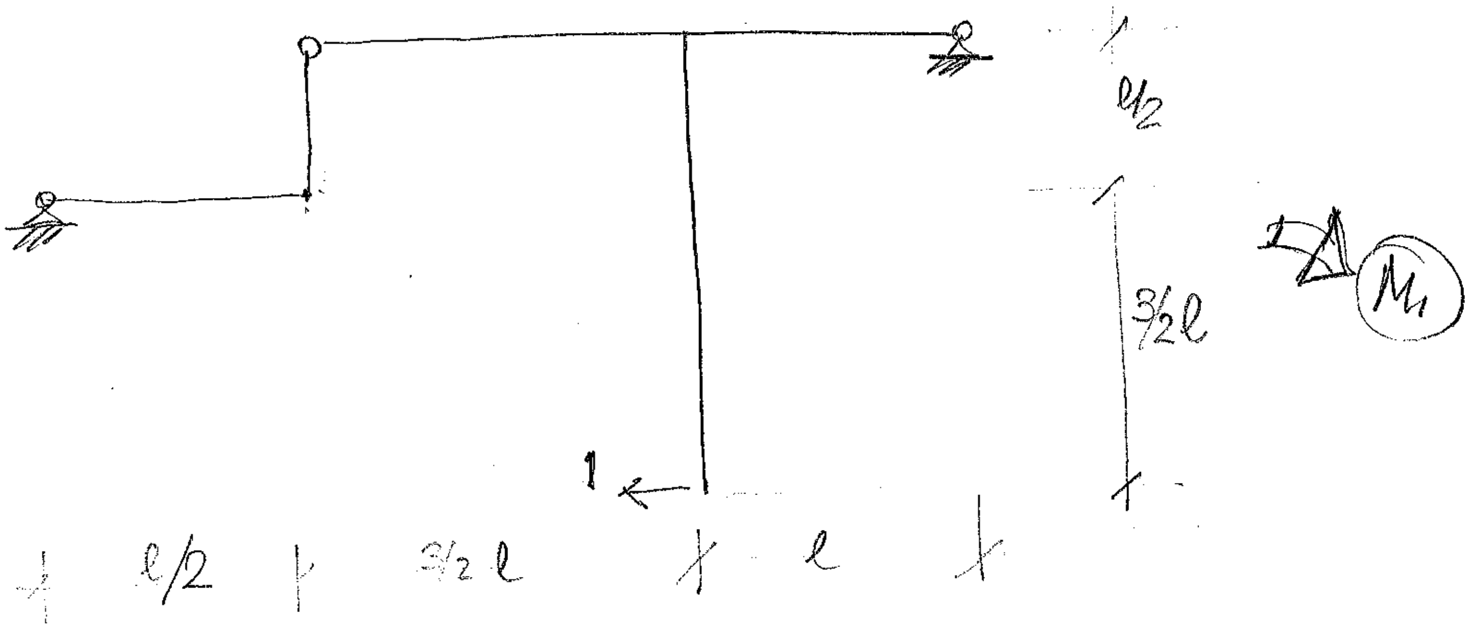
ESEMPIO

calcolo dello spostamento orizzontale in B con il metodo della potenza

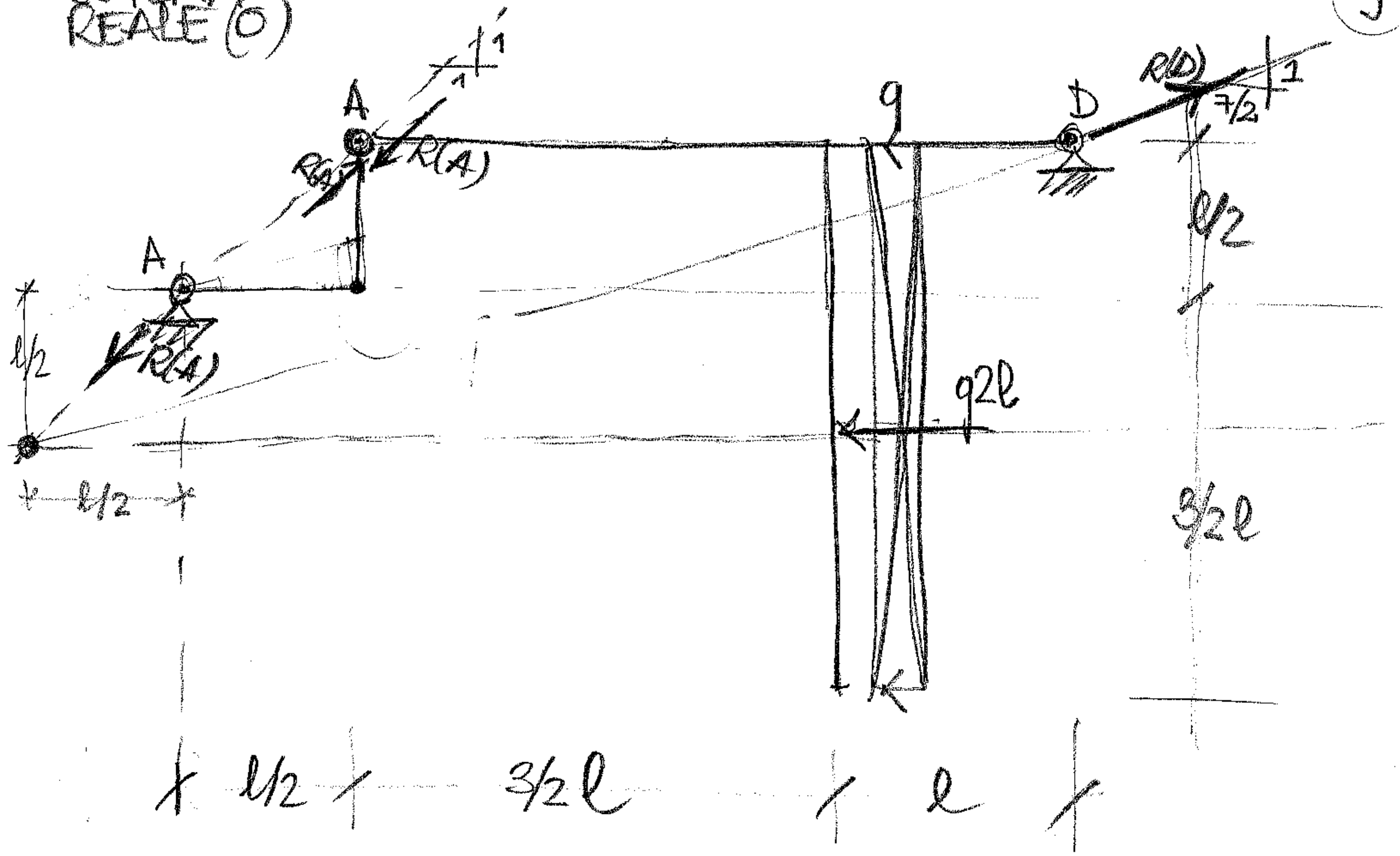


si aggiunge uno schema virtuale con forza unitaria orizzontale in B



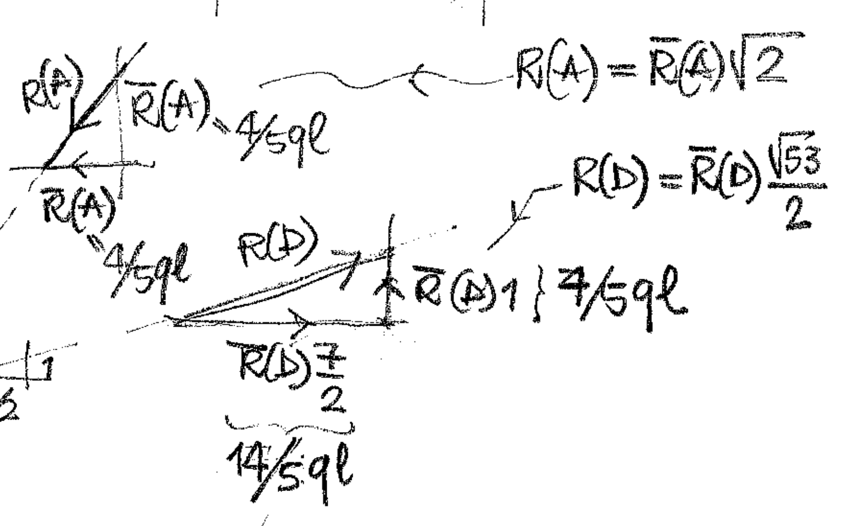
I due momenti Mo, M1 relativi ai due schemi sono risolti per via grafica.

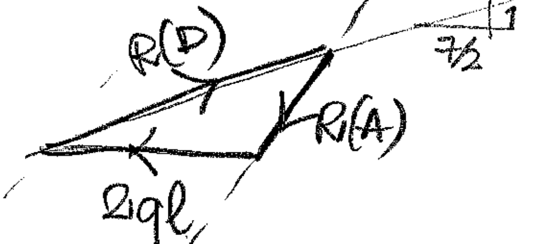
SCHEMA REALE (0)



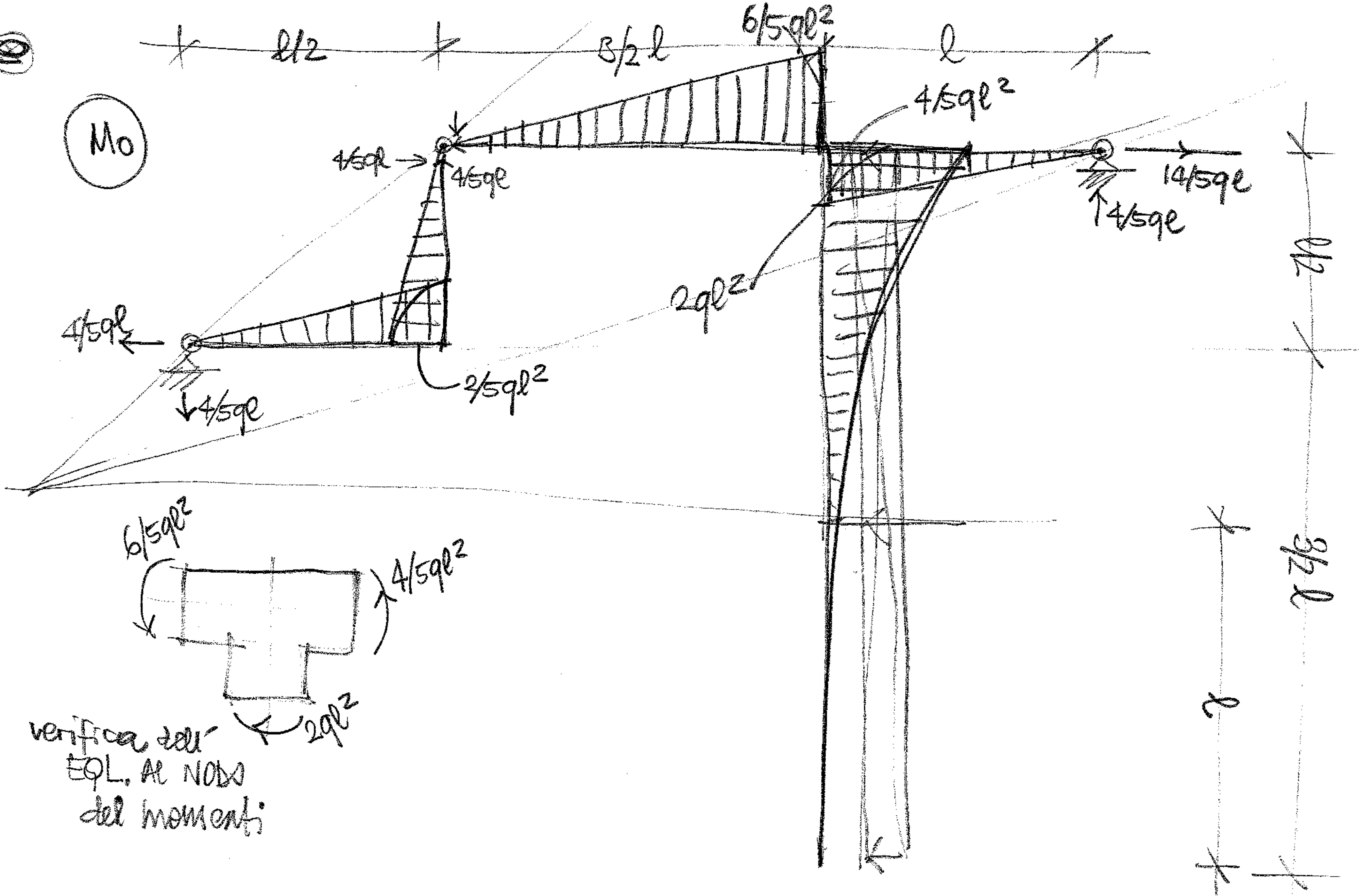
EQL. RISOLTANTI

$$\begin{cases} \bar{R}(A) + 2ql = \frac{7}{2}\bar{R}(D) \\ \bar{R}(D) = \bar{R}(A) \end{cases}$$





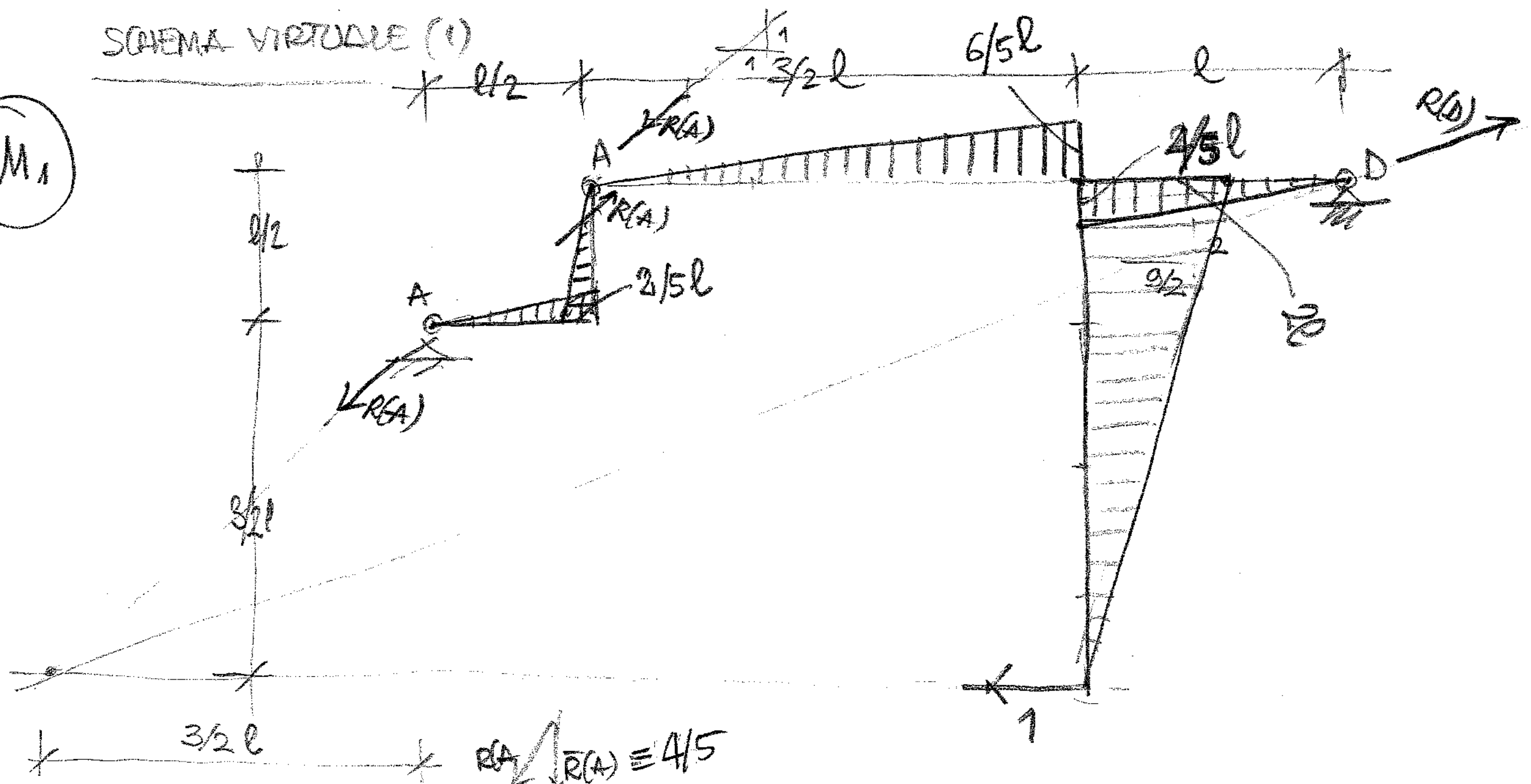
$$\begin{cases} \bar{R}(D) = \frac{4}{5}ql \\ \bar{R}(A) = \frac{4}{5}ql \end{cases}$$

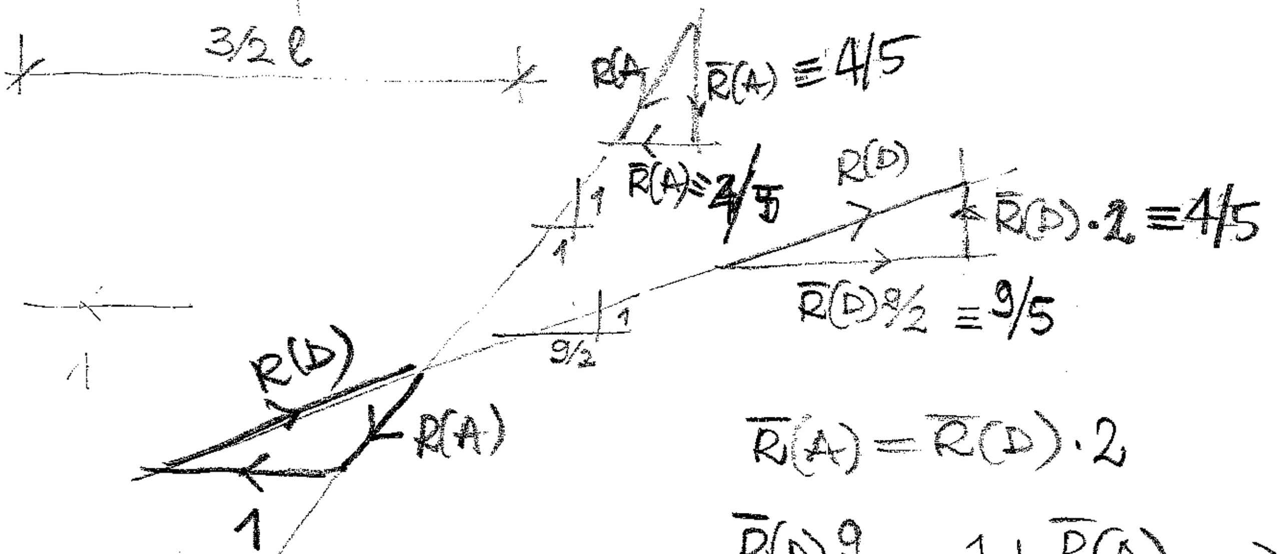


verifica dell'
EQL. al nodo
dei momenti

M₁

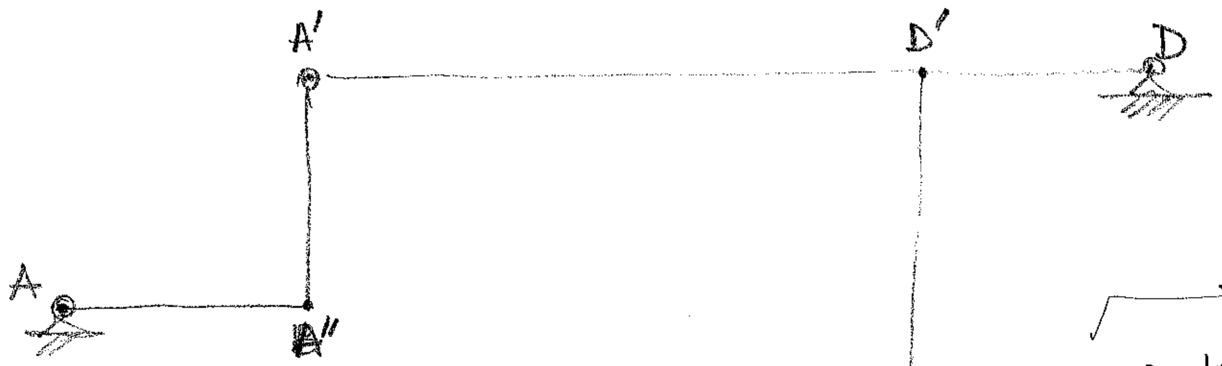
SCHEMA VIRTUALE (1)





$$\overline{R}(A) = \overline{R}(D) \cdot 2$$

$$\overline{R}(D)\frac{9}{2} = 1 + \overline{R}(A) \rightarrow \overline{R}(D) = \frac{2}{5}$$



semplificazione

NB In tutti i tratti lineari il mom. simm. coincide con il mom. emisim

$$\Rightarrow \int M_1 M_0 = \frac{4}{3} l \frac{M_{1j}}{2} \frac{M_{0j}}{2}$$

B

$$v(B) = \int_{\text{struttura}} M_1 \frac{M_0}{EJ} = \overbrace{\frac{4}{3EJ}\frac{l}{2}\frac{2/5\,ql^2}{2}\frac{2/5\,l}{2}}^{\text{tratto A-A''}} + \overbrace{\frac{4}{3EJ}\frac{l}{2}\frac{2/5\,ql^2}{2}\frac{2/5\,l}{2}}^{\text{tratto A''-A'}}$$

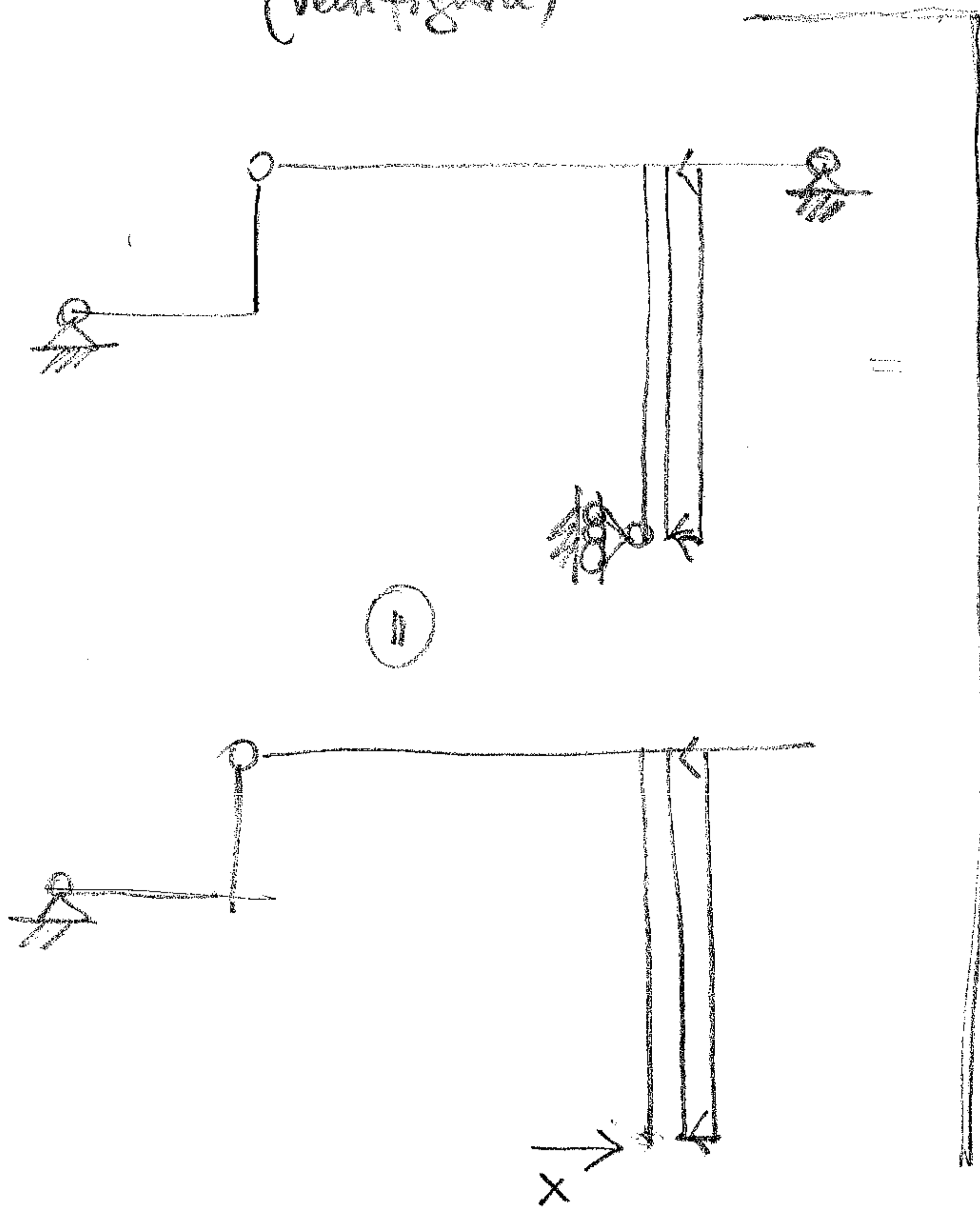
$$+ \underbrace{\frac{4}{3EJ} 2l \frac{6/5\,ql^2}{2}\frac{6/5\,l}{2}}_{\text{tratto A'-D'}} + \underbrace{\frac{4}{3EJ} l \frac{4/5\,ql^2}{2}\frac{4/5\,l}{2}}_{\text{tratto D'-D}}$$

$$+ \underbrace{\frac{4}{3EJ} 2l \frac{2ql^2}{2}\frac{2l}{2} - \frac{2}{3EJ} 2l \frac{q(2l)^2}{8}\cdot\frac{2l}{2}}_{\text{tratto D'-B}}$$

$$= \frac{ql^4}{EJ}\left(2\,\frac{4}{3}\,\frac{l}{2}\,\frac{ql^3}{5^2} + \frac{4}{3}\,\frac{3}{2}\,\frac{l}{4}\,\frac{6^2}{5^2}ql^3 + \frac{4}{3}\,l\,\frac{4}{5^2}ql^3 - \frac{2}{3}ql^4\right)$$

$$= \frac{ql^4}{EJ}\,\frac{8+3\times6^2+16\times2+8\times2\times5^2-2\times2\times5^2}{6\cdot25} = \frac{224}{75}\frac{ql^4}{EJ}$$

NB se lo schema reale è in realtà il risultato di uno schema iperstatico con X in corrispondenza dello spostam. orizzontale in B (vedi figura)



allora

$$M_X = -X M_1$$

è il diagramma dello schema virtuale (1) con X al posto della forza unitaria.

La sovrapponibilità degli effetti ammette quindi come momento complessivo della struttura iperstatica

$$M = M_0 + M_X = \\ = M_0 - X M_1$$

e quindi anche lo spostamento è

$$v(B) = v_0(B) - X v_1(B)$$

spostam. calcolato prima con carico su struttura isostatica

Lo spostam. della struttura iperstatica deve essere per ragioni cinematiche nullo, cioè

$$0 = v(B) = \underbrace{\int_{struttura} M_1 \frac{M_0}{EJ}}_{v_0(B)} - X \underbrace{\int_{struttura} M_1 \frac{M_1}{EJ}}_{v_1(B)}$$

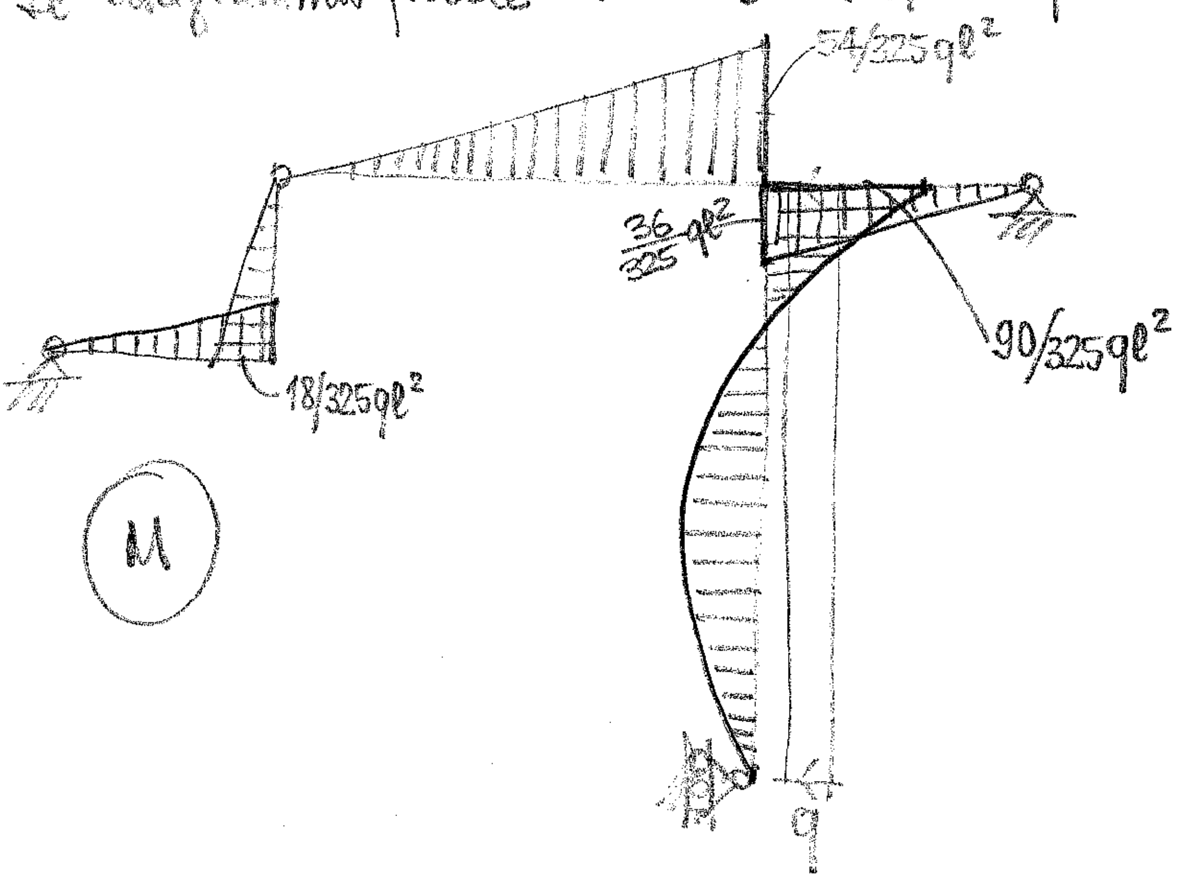
se si calcola $\int M_1 \frac{M_1}{EJ}$ come fatto in precedenza (si veda il diagramma M_1 a pag. 11) si ha

$$v_1(B) = \frac{\ell}{3EJ}\left(\frac{2}{5}\ell\,\frac{2}{5}\ell + \frac{2}{5}\ell\,\frac{2}{5}\ell + \frac{6}{5}\ell\,\frac{6}{5}\ell + \frac{4}{5}\ell\,\frac{4}{5}\ell + 2\ell\cdot 2\ell\right)$$

$$= \frac{\ell^3}{75EJ}\left(4+4+36+16+200\right) = \frac{260\,\ell^3}{75EJ}$$

$$\Rightarrow \quad X = \frac{224}{\cancel{75}}\,\frac{q\ell^4}{\cancel{EJ}}\,\frac{\cancel{75EJ}}{260\,\cancel{\ell^3}} = \frac{56}{65}q\ell$$

Il diagramma finale $M = M_0 - XM_1$ è quindi



$$-\frac{2}{5}\ell\cdot\frac{56}{65}q\ell + \frac{2}{5}q\ell^2 = 2\cdot\frac{9}{325}q\ell^2 \ldots$$

$$-2\ell\,\frac{56}{65}q\ell + 2q\ell^2 = \frac{2\cdot 9}{65}q\ell^2 = \frac{10\cdot 9}{325}q\ell^2$$