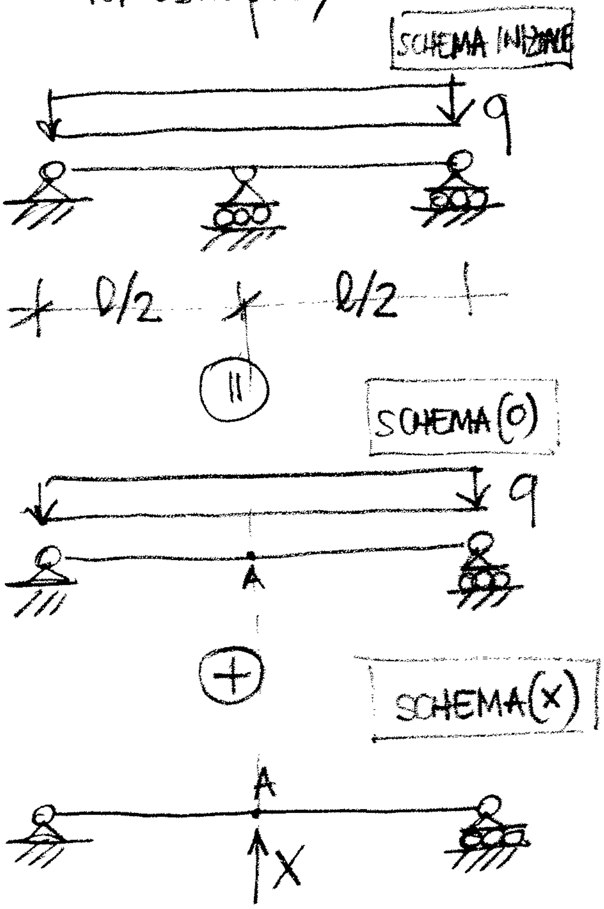
METODO DELLE FORZE

Si esplicita una (o più) componenti di reazioni incognite in una struttura iperstatica, rendendo così la struttura isostatica.

Per esempio,



lo schema strutturale può essere pensato come somma di più sottoschemi strutturali isostatici.

La linearità del problema elasticolineare della trave garantisce che gli effetti su tali sotto-schemi siano sovrapponibili.

La sovrapponibilità

$$\text{SCHEMA INIZIALE} = \text{SCHEMA }(0) + \text{SCHEMA }(X)$$

si legge quindi in tutte le grandezze $\{u, v, \theta\}$, $\{N, T, M\}$, $\{\varepsilon, \gamma, \chi\}$ incognite del problema elastico-lineare della trave

Per cui, in particolare

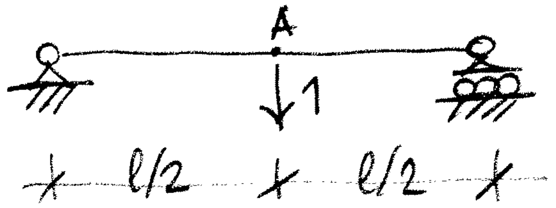
$$M = M_0 + M_X$$

$$v = v_0 + v_X$$

Nel punto A deve essere

$$v(A) = 0 = v_0(A) + v_X(A)$$

Gli spostamenti possono essere calcolati con il metodo della potenza (imponendo, cioè, il princ. di bilancio) sulla base dello schema fittizio (o virtuale)



Tale schema fornisce M_1.
Per cui

$$0 = v(A) = \int_{\text{struttura}} M_1 \frac{M}{EJ} = \underbrace{\int_{\text{strutt.}} M_1 \frac{M_0}{EJ}}_{v_0(A)} + \underbrace{\int_{\text{strut}} M_1 \frac{M_X}{EJ}}_{v_X(A)}$$

strutt. con $\varepsilon = \gamma = 0$

Per costruzione, risulta sempre

$$M_X = \pm X M_1$$

(Nel caso in esame $M_X = -X M_1$!) a seconda che la forza virtuale 1 sia nella stessa direzione X (o contraria).

Pertanto,

$$0 = v(A) = \int_{\text{strutt}} M_1 \frac{M_0}{EJ} - X \int_{\text{strutt.}} M_1 \frac{M_1}{EJ}$$

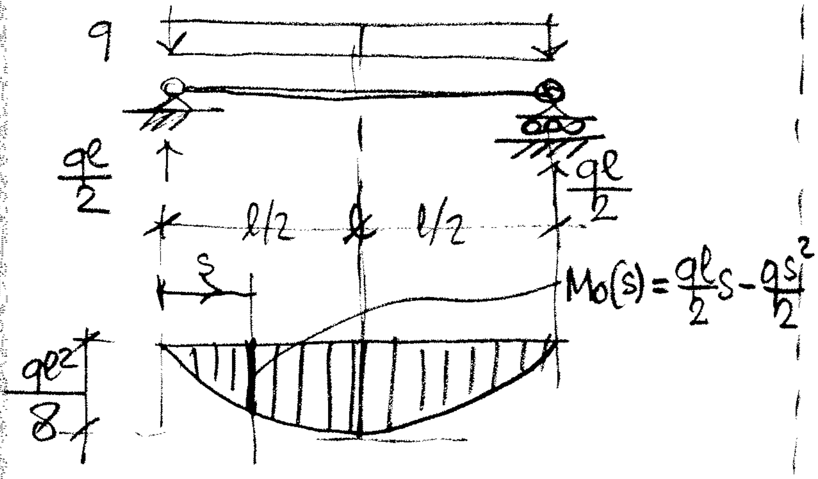
Il metodo delle forze risolve in altri termini la X da questa equazione di CONGRUENZA con la presenza del vincolo in A ($v(A)=0$) che un generico valore di X (che attesta solo l'equilibrio) deve rispettare.

$$\Rightarrow \quad X = \frac{\int_{\text{strutt.}} M_1 M_0 / EJ}{\int_{\text{strutt.}} M_1 M_1 / EJ}$$

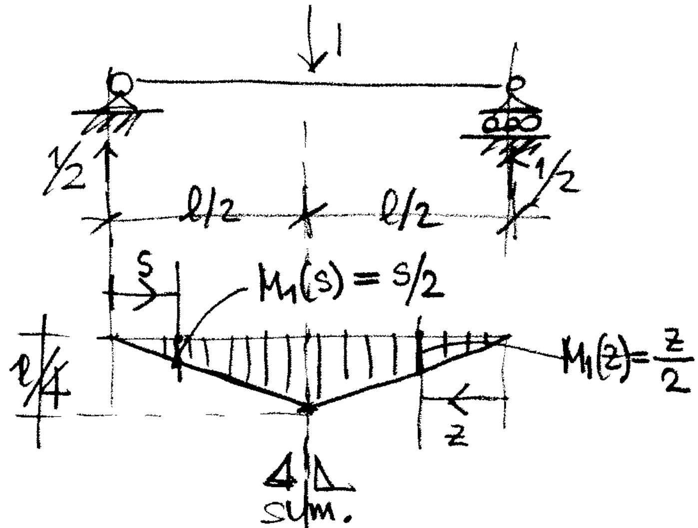
"formula di Müller-Breslau"

Tutta la soluzione della struttura (schema) iniziale si valuta, nota la X, come somma delle grandezze in (0) $\pm$ X volte le grandezze in (1) si svolga l'esempio

schema 0



schema 1



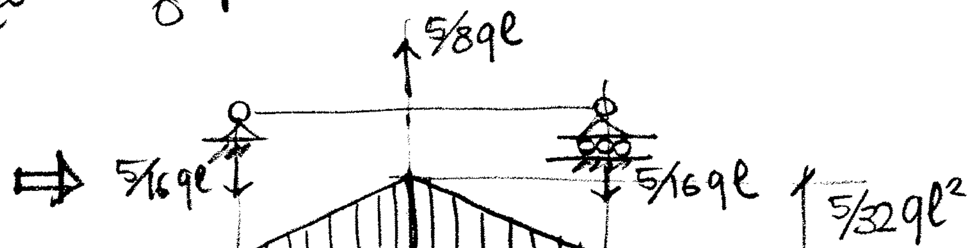
$$v_0(A) = \int_{strutt.} M_1 \frac{M_0}{EJ} = \int_0^{l/2} \frac{s}{2}\frac{1}{EJ}\left(\frac{ql}{2}s - \frac{qs^2}{2}\right) + \int_0^{l/2} \frac{z}{2}\frac{1}{EJ}\left(\frac{ql}{2}z - \frac{qz^2}{2}\right)$$

$$= \frac{5}{384}\frac{ql^4}{EJ}$$

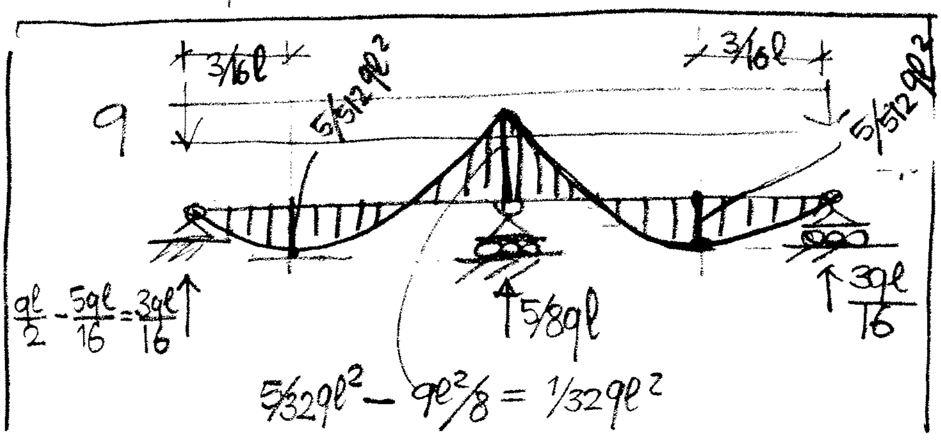
$$v_X(A) = -X\int_{strutt.} M_1 \frac{M_1}{EJ} = -X\left[\int_0^{l/2}\frac{s}{2}\frac{1}{EJ}\frac{s}{2} + \int_0^{l/2}\frac{z}{2}\frac{1}{EJ}\frac{z}{2}\right] = -\frac{Xl^3}{48EJ}$$

$$\Rightarrow X = \frac{5}{\cancel{384}_{8}}\frac{q\cancel{l^4}}{\cancel{EJ}}\cdot\frac{\cancel{48}\,\cancel{EJ}}{\cancel{l^3}} = \frac{5}{8}ql$$

$$\Rightarrow M_X = -5/8\, ql\, M_1 \Rightarrow$$



$$\Rightarrow M = M_0 + M_X \Rightarrow$$



T=0 a 3/16 l

$\Rightarrow M_0(3/16 l) - \frac{5}{8}ql\,M_1(3/16 l) = \frac{5}{512}ql^2$